Министерство общего и профессионального образования Ростовской области

государственное бюджетное образовательное учреждение
среднего профессионального образования Ростовской области
«Таганрогский авиационный колледж имени В.М. Петлякова»

Математика

методическая разработка урока
для изучения темы
«Иррациональные уравнения»

Преподаватель математики: Пахомова Е.А.

Одобрена на заседании Цикловой комиссии общеобразовательных дисциплин ГБОУ СПО РО «ТАВИАК»

Рекомендован к изданию Методическим советом ГБОУ СПО РО «ТАВИАК»

Рецензенты: **И.Б.Вакуленко,** старший методист ГБОУ СП РО «ТАВИАК»

С.В.Сеитова, преподаватель высшей категории ГБОУ СПО РО «ТКМП»

Е.А.Пахомова. **Математика:** методическая разработка урока для изучения темы «Иррациональные уравнения». – г.Таганрог: ГБОУ СПО РО «ТАВИАК», 2013. – 13 с.

Данная методическая разработка урока для изучения темы «Иррациональные уравнения» предназначена для аудиторной и/или самостоятельной работы студентов по дисциплине «Математика» разработана в соответствии с требованиями к реализации среднего (полного) общего образования в рамках освоения специальностей СПО.

Методическая разработка включает в себя три раздела:

- проведение подготовки обучающихся к восприятию нового материала;
- рассмотрение всех основных видов и методов решения иррациональных уравнений;
- закрепление полученных знаний на практике, анализ теоретической части данной темы, комментарии к выполнению внеаудиторной самостоятельной работы

Рассматриваемы в разработке вопросы являются базой для формирования профессиональных компетенций при дальнейшем освоении студентами специальности.

Применение данной методической разработки способствует повышению качества подготовки специалистов, предназначено для преподавателей и студентов.

Содержание:

Цели:

Обучающая:

сформировать у студентов понятия иррационального уравнения. Познакомить с некоторыми видами и методами их решений. Обеспечить усвоение необходимости выполнения области допустимых значений. Обосновать необходимость проведения проверки.

Воспитательная:

воспитание аккуратности, четкости при выполнении решений математических задач.

Развивающая:

развивать аналитическое мышление, формирование умения выделить существенные признаки и свойства, позволяющие выбрать наиболее рациональные методы решения.

Тип урока:
Урок изучения нового учебного материала.
Метод обучения:
Эвристический метод
Оборудование:
Экран, проектор, компьютер, информация к уроку на электронном носителе, презентация.

Требования к результатам обучения:
Опорные понятия:
Понятие линейного уравнения, квадратного, свойств и методов их решения.
Обучающийся должен знать и уметь:
Знать определение иррационального уравнения, различать их виды.
Уметь решать типовые уравнения.
Функции преподавателя:
1) мотивация студентов к восприятию нового материала
2) подготовка студентов к восприятию нового материала
4) мотивация студентов на расширение знаний
4) передача студентам нового объема знаний.
План урока:
1.Актуализация опорных знаний.
Устно:
а. Решить систему уравнений.
б. Решить уравнение.
в. Фронтальный опрос
г. Вычислить дискриминант.
д. Представить в виде многочлена.
е. Сопоставить виду уравнения его название, проверить правильность ответа.
ж. Краткий экскурс в историю.
2. Решение иррациональных уравнений.
а. Определение иррационального уравнения.
б. Решение уравнений возведением в квадрат обеих частей
в. О.Д.З. в иррациональных уравнениях.
г. Уравнения содержащие сумму или разность квадратных корней.
д. Решение уравнений с использованием свойств функции.
3. Реши сам.
4. Домашнее задание, подведение итогов урока

Ход урока \90-мин.

I. Актуализация опорных знаний \25 мин.

Устно

1.*Решить систему неравенств:*

а) $\begin{cases} x > 3 \\ x < 4 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x > 6 \\ x > 0 \end{cases}$ в) $\begin{cases} 5 - 10x > 0 \\ 6 - 12x < 0 \end{cases}$ г) $\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ x > 1 \end{cases}$

2. *Решить уравнение:*

а) $x^2+4x=0$ б) $6x-3=1$ в) $\frac{x^2}{2} = 4$

3.*Фронтальный опрос* (повторение теоретических знаний)

-перечислить виды чисел

- сформулировать основные свойства уравнений

-как выполняется проверка корней уравнения?

-сформулировать понятие монотонности функции

-расшифровать аббревиатуру О.Д.З.

4.*В следующих уравнениях вычислить дискриминант:*

$x^2+5x+4=0$, $x^2-6x+1=0$

5. *Представить в виде многочлена:*

$(x-4)^2$, $(x+3)^2$

В таблице №1

-установить соответствие между видом уравнения

-его название

-проверить правильность ответа.

Таблица №1

№	уравнения	тип уравнения	ответ
1	$2x-5=4$	линейное	4,5
2	$x^2=1$	квадратное	± 1
3	$\sqrt{x}=3$	квадратное	9
4	$\frac{x^2}{3} = 4$	линейное	12
5	$\sqrt[3]{x} = 2$	линейное	8
6	$3x-4=x+1$	квадратное	- 2,5
7	$4x^2-3x^2=100$	квадратное	10

Подвести итог работы с таблицей.

В №3 и №5 мы не смогли установить тип уравнения, это новый для нас вид уравнений. Цель нашего урока познакомится с методами решения таких уравнений, которые называются *иррациональными.*

Краткий экскурс в историю

Понятие «рациональное» (число) произошло от латиноамериканского слова ratio – отношение, которое является переводом греческого слова “логос В своих «Началах» Евклид излагает учение об иррациональностях чисто геометрически. Математики Индии, Ближнего и Среднего Востока, развивая алгебру, тригонометрию и астрономию, не могли обойтись без иррациональных величин, которые, однако, длительное время не признавали за числа. Открытие иррациональных чисел по одной из легенд приписывается Пифагору. Есть сведения утверждающие, что Пифагор открыл случайно, при изучении теории своей элементарной теории о том, что в прямоугольном треугольнике сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы. Пифагор рассмотрел прямоугольный равнобедренный треугольник с катетами равными единице и тогда гипотенуза равна $\sqrt{2}$.Пифагор доказал, что длина гипотенузы в таком треугольнике не может быть выражена в виден $\frac{n}{m}$, тоесть не существует 2 таких целых числа н и м с помощью которых можно выразить длину гипотенузы.Это поразило Пифагора и он раскрыл эту тайну только своим ученикам взяв с них клятву на числе 36, что они никому не расскажут о его открытии. Легенда гласит , что один из учеников раскрыл тайну, боги его не простили.

II. Формирование новых понятий \30 мин.\

Изложения нового материала.

Определение иррационального уравнения.

Иррациональное уравнение-уравнение, содержащее неизвестное под знаком корня. \вернутся е таблице\.Как правило, решение иррациональных уравнений связано с возведением в степень обеих его частей. При этом если обе части уравнения возвести в нечетную степень, то получим уравнение, равносильное данному. Если же обе части возвести в четную степень, то в общем случае получим уравнение являющееся следствием исходного.

Область допустимых значений (ОДЗ) уравнения- все те значения переменной, при которых имеют смысл левая и правая части уравнения. Например, иррациональное уравнение $\sqrt{x+2} =$ x имеет своей областью допустимых значений все те x, которые удовлетворяют условию $x + 2 \geq 0$.

При решении иррациональных уравнений методом возведения в степень возможно появление *посторонних корней.* Важно помнить, что для исключения посторонних корней одного учета ОДЗ недостаточно. Необходимы проверка или указание дополнительного условия.

Решение иррациональных уравнений

Решить уравнение: $\sqrt{x+2} = x$

Пример1.<u>*Способ 1.*</u>Возводим обе части уравнения в квадрат: $x + 2 = x^2$

Решаем уравнение $x^2 - x - 2 = 0$

$$x_1 = 2;\ x_2 = -1$$

Проверка. При $x = 2$ получаем $\sqrt{2+2} = 2$- верно, следовательно,$x = 2$ – корень уравнения.

При $x = -1$ получаем $\sqrt{-1+2} = -1$- неверно, следовательно,$x = -1$ – посторонний корень (заметим, что $x = -1$удовлетворяет ОДЗ, но корнем не является).

Ответ: 2

<u>*Способ 2*</u>. Возводим обе части уравнения в квадрат:$x + 2 = x^2$ и решаем его с учетом дополнительного условия $x \geq 0.x^2 - x - 2 = 0$

Отсюда $x_1 = 2;\ x_2 = -1$ - не удовлетворяет условию.

Ответ: 2

.

Нахождение ОДЗ в иррациональных уравнениях.

Нахождение ОДЗ в иррациональных уравнениях

Иногда нахождение ОДЗ в иррациональных уравнениях оказывается полезным и дает более рациональный способ решения.

Пример 2. Решить уравнение $\sqrt{x-2}+2\sqrt{2-x}+x^2=4$.

$$ОДЗ=\begin{cases}x-2\geq 0,\\2-x\geq 0.\end{cases}$$

ОДЗ состоит из единственного числа $x=2$.

Следовательно, 2 – единственное число, которое может оказаться корнем данного уравнения. Выполнив проверку, устанавливаем, что 2 – корень уравнения.

Ответ: 2.

Пример 3.Решить уравнение $\sqrt{x-4}+3x=\sqrt{12-3x}$.

$$ОДЗ=\begin{cases}x-4\geq 0,\\12-3x\geq 0;\end{cases} x=4.$$

Проверка:$\sqrt{4-4}+12=\sqrt{12-12}$ – неверно.

Ответ: корней нет

Пример 4.Решить уравнение $\sqrt{x-3}+\sqrt{1-2x}=8$.

$$ОДЗ=\begin{cases}x-3\geq 0,\\1-2x\geq 0;\end{cases}\text{решений нет.}$$

Ответ: корней нет

Уравнения, содержащие сумму или разность квадратных корней

Рассмотрим уравнения, содержащие сумму или разность квадратных корней.

Пример 5.Решить уравнение$\sqrt{2x+6}=4-\sqrt{x-2}$.

$\sqrt{2x+6}+\sqrt{x-2}=4$, ОДЗ $x\geq 2$/ возведём обе части уравнения в квадрат. Это преобразование будет равносильным, так как обе части уравнения положительны.

$2x+6+2\sqrt{2x^2-4x+6x-12}+x-2=16$. $2\sqrt{2x^2+2x-12}=12-3x$.

При дальнейшем возведении в квадрат необходимо учесть дополнительное условие $12-3x\geq 0$? То есть $x\leq 4$. $4(2x^2+2x-12)=144-72x+9x^2$; $x^2-80x+192=0$. Отсюда $x_{1,2}=40\pm 8\sqrt{22}$

Оценка корней показывает, что промежутку [2;4] принадлежит только корень $40-8\sqrt{22}$.

Ответ:$40-8\sqrt{22}$.

Заметим, что в последнем уравнении непосредственную проверкукорней подстановкой было бы сделать затруднительно.

Если возводить в квадрат обе части исходного уравнения сразу, без предварительного перехода к сумме корней, то дополнительное условие будет сложнее.

.

Решение уравнений с использованием свойств функций.

$\sqrt{x+3}$ +$\sqrt{x+8}$ = 5.

Пример 6. Решить уравнение $\sqrt{x+3}+\sqrt{x+8}=5$.

Рассмотрим функции $f(x)=\sqrt{x+3}$, $g(x)=\sqrt{x+8}$. Они возрастающие, их сумму$y=f(x)+g(x)$также возрастает. Так как всякая монотонная функция принимает каждое свое значение лишь при одном значении аргумента, то данное уравнение если и имеет корень, то только один. Подбором устанавливаем, что корень данного уравнения $x=1$.

Ответ: 1

. По готовым чертежам определить какая из функций возрастает, какая убывает.

III. Формирование умений и навыков.\25 мин.

\Разобрать устно решение каждого из уравнений\

Реши сам.

1. $2\sqrt{x+5}$ = x+2 Ответ: 4
2. $\sqrt{x+10}$ +$\sqrt{x-2}$ =6 Ответ: 6
3. $x + 12\sqrt{x}$ - 64 =0 Ответ: 16

Задание выполняется на «закрывающихся досках» 3-я обучающимися с последующей проверкой и анализом.

IV. Домашнее **задание (10 мин.)**

1. $\sqrt{x+2}$ =x Ответ: x=2
2. $(x-5)(x+2)(\sqrt{x}-7) = 0$ Ответ: x=7
3. $\sqrt{x-3}$= 4 Ответ: x=19
4. $\sqrt{x^2+5x+1}$+1=2x Ответ: x = 3

Вычислить:

1. $25^{0.5}$-$\sqrt{64}$–$\left(\frac{1}{3}\right)2^3$
2. Найти графически число решений системы уравнений:

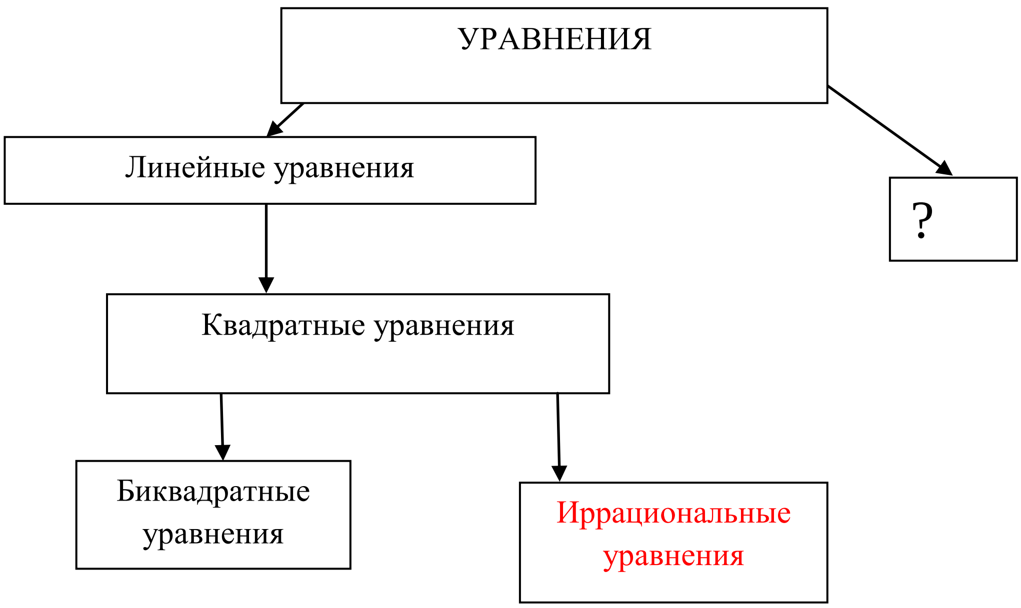
$$\begin{cases} x^2 - 1 = y \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$

Студентам предлагается проанализировать домашнее задание, кратко изложить метод решения, область допустимых значений. Обратить внимание на обязательность выполнения проверки.

Подвести итог урока. Мы уже с вами не раз говорили о том, что уравнения это один из важнейших разделов математики. На сегодняшнем занятии мы рассмотрели новый вид, чтобы обобщить новые знания ответьте на вопросы:

-сформулировать определения иррациональных уравнений.
-обосновать необходимость области допустимых значений и проверки.
-какие корни уравнения называются посторонними.
-обобщить методы решений иррациональных уравнений.

Обратите внимание на таблицу, что необычного в ней? Каждый прямоугольник заполнен названием вида уравнения кроме одного, это говорит о том что нам еще много предстоит узнать, изучить новые виды уравнений и методы их решения.



Занятие заканчивается подведением итогов работы студентов с комментариями преподавателя и мотивированным выставлением оценок.

Список литературы:

1.Башмаков М.И. Математика: учебник для учреждений нач. и сред.проф. образования / М.И.Башмаков.-4-е изд., стер. 2012 Занятие 2. Корень n-й степени.

2.Лисичкин В.Т.,Соловейчик И.Л.Математика: Учеб. Пособие для техникумов.-М.: Высш. Шк.,1991